

Представление чисел в памяти компьютера



Образ компьютерной памяти

```
1111111100110001001111110111000010111111111111110000101
00100000011011111001000011000010011000101001111001101000
01110011111100000101111100111110011111111111101100000001
10000111100000001101011010110001111111111100111111000101
11110111100001110111100111111101110010010101111001111011
1111111101110000111000110000010001100001001111011011101
1110111100000011000011101001111100000110111100011101111
11111001100110010111111111111111110110001110011111011111
011101000010111011001101011110111111111111011111110011111
0000000111111111101001111111111111100010011101110111001111
1010101011111111111110111011111111111101111111011111101
0000111111111111111110001000110011110101110001111001101111
11111011011000011111110110000111010101101010001111111111
11001111100011101101111110001110111111000000100110110001
0100111101000111111111101111111000011011100110000000110011
10011100111111111111001111000011111011111111000100110010001
1111111011111111110011111011111111111111101110111111101111001
1111101100110111111001001101100111111011111010110000000111
0010000111111111100000010011110001111111011011111111110000110
11000111111111111110000011000111000100011111111111111100110000
```


Главные правила представления данных в компьютере

Правило № 1.

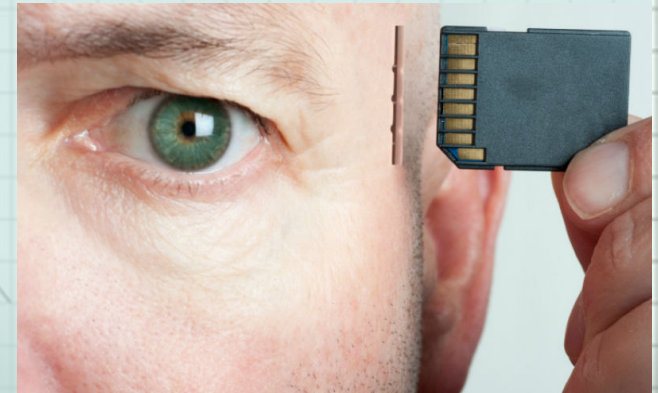
Данные (и программы) в памяти компьютера хранятся в двоичном виде, т.е. в виде цепочек единиц и нулей.

Правило № 2

Представление данных в компьютер дискретно.

Правило № 3

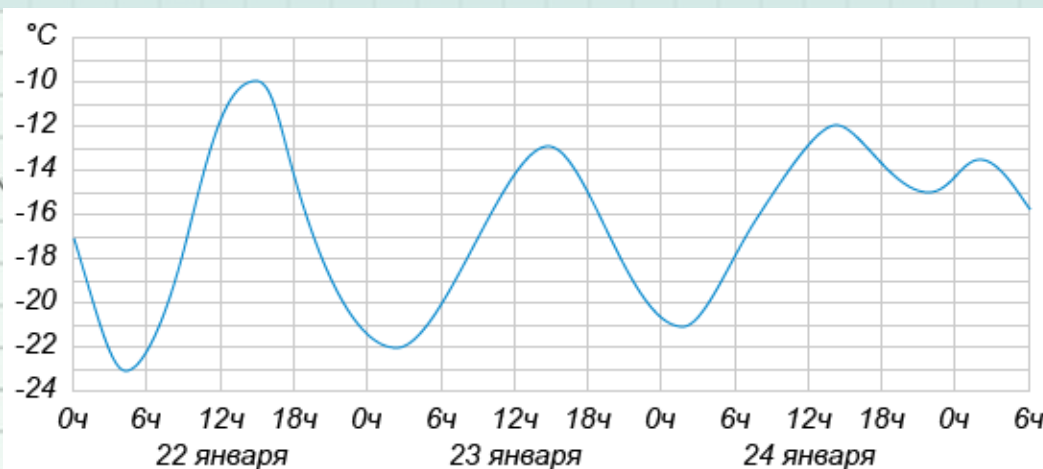
Множество представленных в памяти величин ограничено и конечно.



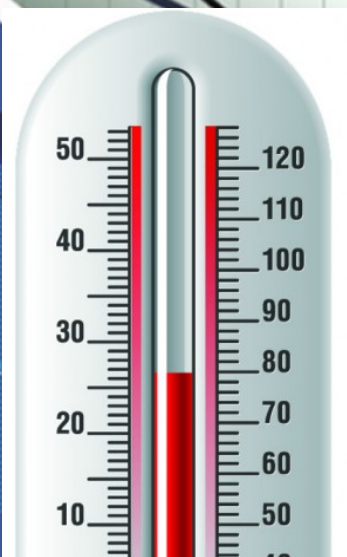
Дискретность

Абсолютное большинство процессов в природе протекают с нашей точки зрения непрерывно (изменение напряжения, температуры, давления, скорости...).

Непрерывно меняющиеся величины называют аналоговыми величинами.



Дискретные (от лат. discretus — *разделённый, прерывистый*) величины имеют конечное число возможных значений.

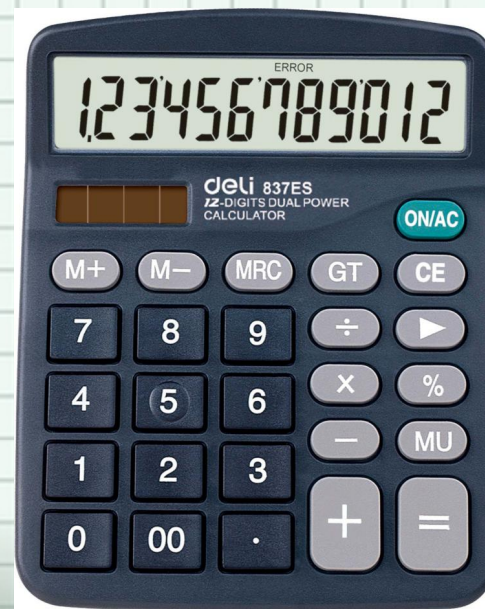


Представление чисел

В математике ряд натуральных чисел бесконечен и не ограничен



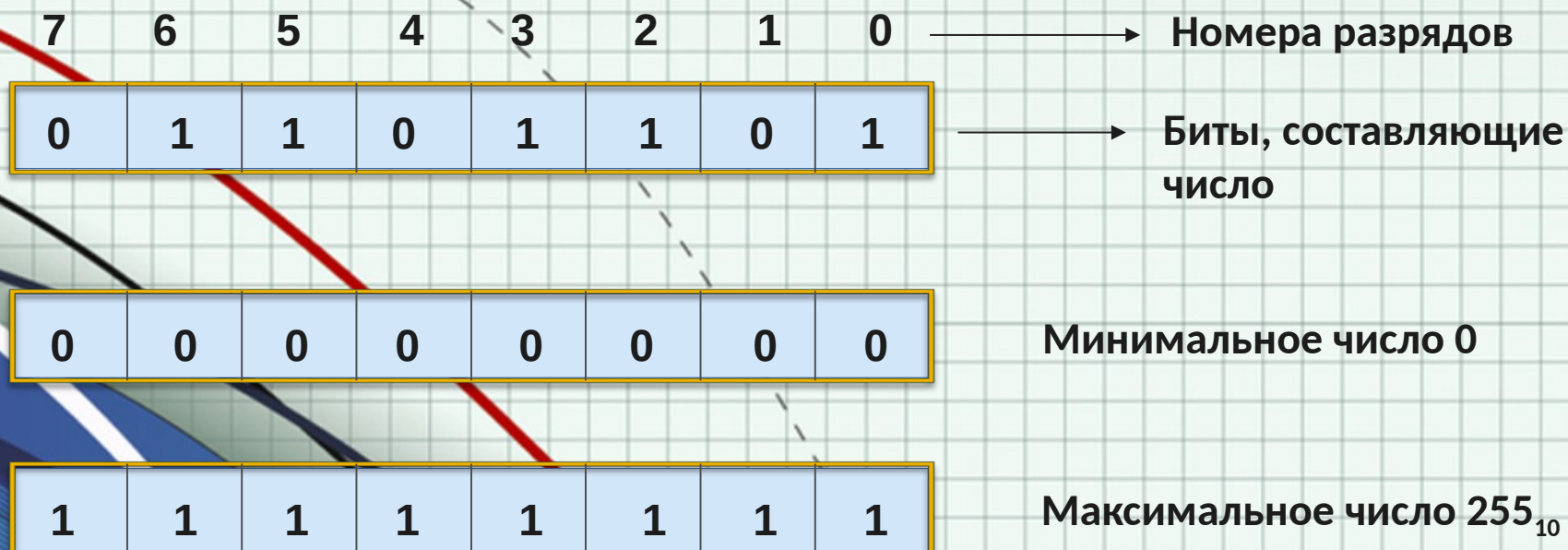
Любое вычислительное устройство (компьютер, калькулятор) может работать только с ограниченным множеством целых чисел





Целые числа без знака

Для хранения *целых неотрицательных чисел без знака* отводится *одна ячейка памяти (8 битов)*.



Для **8-разрядного** представления максимальное целое неотрицательное число равно **$2^8 - 1$** .

Целые числа без знака

Пример. Представить число 51_{10} в двоичном виде в восьмибитовом представлении в формате целого числа без знака.

Решение:

$$51_{10} = 110011_2$$

0	0	1	1	0	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Целые числа со знаком

Для хранения *целых чисел со знаком* отводится *две ячейки памяти (16 битов)*.

Старший разряд числа определяет его знак.

Если он равен 0, число положительное, если 1, то отрицательное.

0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Максимальное число $32\,767_{10}$

Для *16-разрядного* представления максимальное целое неотрицательное число равно $2^{16-1} - 1$.

Представление положительных чисел со знаком в компьютере называется прямым кодом.

Целые числа со знаком

Пример. Представить число 147_{10} в двоичном виде в шестнадцатибитовом представлении в формате целого числа со знаком.

Решение:

$$147_{10} = 10010011_2$$



0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Целые числа со знаком

Для представления целых отрицательных чисел в компьютере используется дополнительный код.

Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа:

1. Взять по модулю число на единицу меньшее.
2. Модуль числа записать прямым кодом в n двоичных разрядах.
3. Получить обратный код числа, для этого значения всех битов инвертировать.

Пример

Получим внутреннее представление целого отрицательного числа -1067_{10}

Прямой код: $1066_{10} = 10000101010_2$

0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

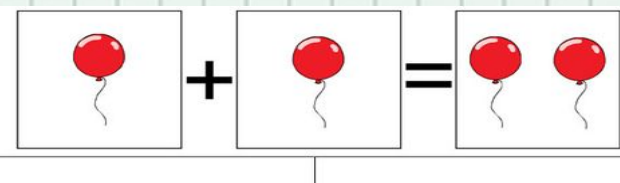
Обратный код

1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Арифметические операции

Дополнительный код позволяет заменить арифметическую операцию вычитания операцией сложения (все математические операции в процессоре сводятся к сложению).

1. А и В положительные:



Десятичная запись

$$\begin{array}{r} 5 \\ + \\ 7 \\ \hline 12 \end{array}$$

$A_{\text{ПК}} \rightarrow$

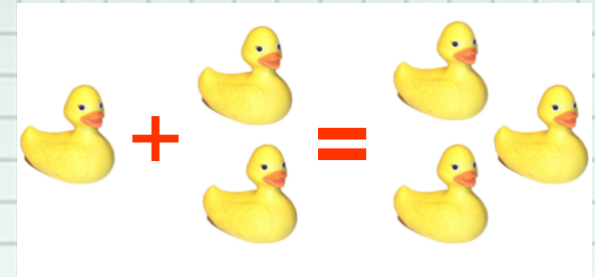
$B_{\text{ПК}} \rightarrow$

Двоичный код в памяти ПК

0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	0	0

Арифметические операции

2. А положительное, а В отрицательное ($|B| > |A|$):



Десятичная запись

$$\begin{array}{r} 5 \\ + \\ -12 \\ \hline -7 \end{array}$$

$A_{\text{ПК}} \rightarrow$ $B_{\text{ПК}} \rightarrow$

Двоичный код в памяти ПК

0	0	0	0	0	1	0	1
1	1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0	0	1

При переводе в прямой код биты цифровой части результата инвертируются и к младшему разряду прибавляется единица:

$$10000110 + 1 = 10000111 = -7_{10}$$

Арифметические операции

$$\begin{array}{l} 3+3 \\ 2+6= \\ 5+8 \\ 5+2 \\ 7+1 \\ 7+2= \end{array}$$

3. А положительное, а В отрицательное ($|A| > |B|$):

Десятичная запись

$$\begin{array}{r} 12 \\ + \\ -5 \\ \hline 7 \end{array}$$

$A_{\text{ПК}}$ →

$B_{\text{ПК}}$ →

Двоичный код в памяти ПК

0	0	0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	0	1	1
0	0	0	0	0	1	1	1

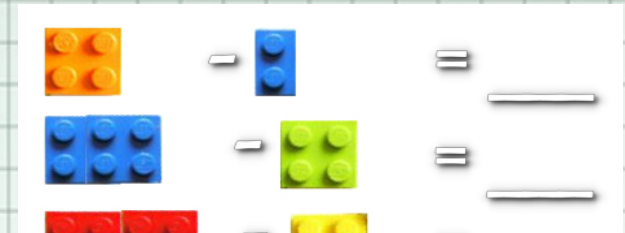
1

Перенос отбрасывается

Единицу переноса из знакового разряда компьютер отбрасывает

Арифметические операции

4. А и В отрицательные:



Десятичная запись

$$\begin{array}{r} -5 \\ + \\ -7 \\ \hline -12 \end{array}$$

$A_{\text{ПК}} \rightarrow$

1	1	1	1	1	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

$B_{\text{ПК}} \rightarrow$

1	1	1	1	1	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

1

1	1	1	1	0	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Перенос отбрасывается

При переводе в прямой код биты цифровой части результата инвертируются и к младшему разряду прибавляется единица:

$$10001011 + 1 = 10001100 = -12_{10}$$

Вещественные числа

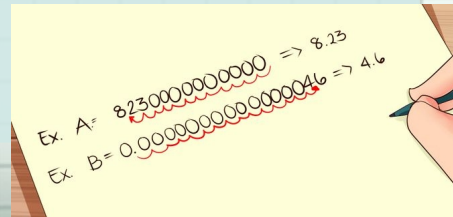
Вещественные числа хранятся в памяти компьютера и обрабатываются процессором в формате с плавающей запятой. В этом случае число A представляется в виде:

$$A = m \cdot q^n$$

где m – мантисса числа;

q – основание системы счисления;

n – порядок числа.



Вещественные числа

Пример:

$$123,45 = 0,12345 \cdot 10^3$$

(здесь $m=0,12345$; $q=10$; $n=3$)

Представление числа в форме с плавающей запятой неоднозначно. Например, справедливы следующие равенства:

$$12,345 \cdot 10^1 = 0,0012345 \cdot 10^5 = 1234,5 \cdot 10^{-1}$$

Вещественные числа

ЭВМ используют нормализованное представление числа в форме с плавающей запятой.

Мантисса в таком представлении меньше 1 и первая значащая цифра - не ноль:

От 0,1 до 0,9999999...

Вещественные числа

Число в формате с плавающей запятой занимает в памяти компьютера 4 байта (если это число двойной точности, то 8 байт). При этом отдельно выделяются разряды для хранения знака числа, знака порядка, порядка и самой мантииссы.



Вещественные числа

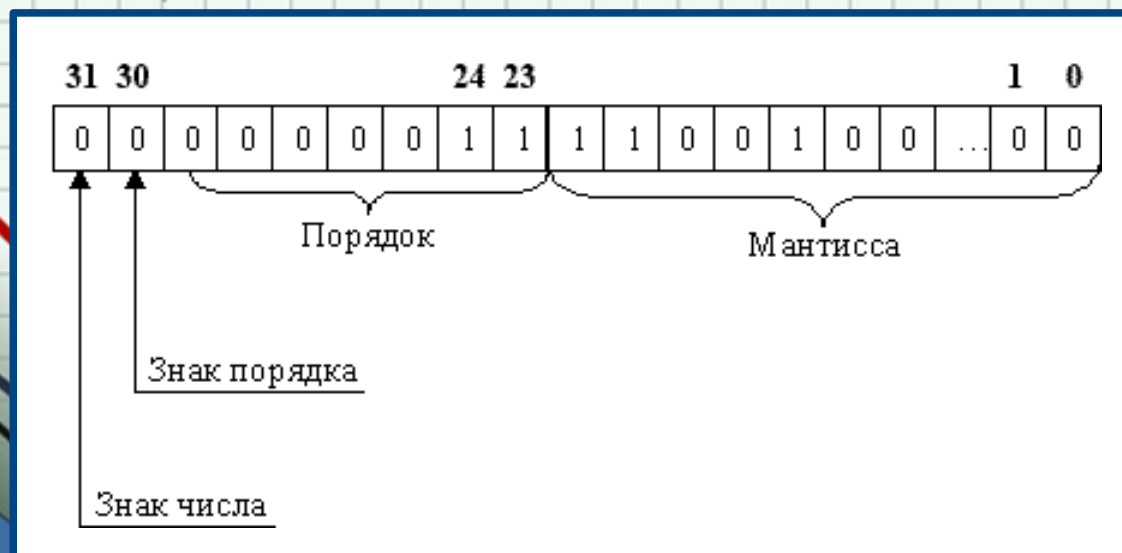
Число в формате с плавающей запятой занимает в памяти компьютера 4 байта (если это число двойной точности, то 8 байт). При этом отдельно выделяются разряды для хранения знака числа, знака порядка, порядка и самой мантиссы.



Вещественные числа

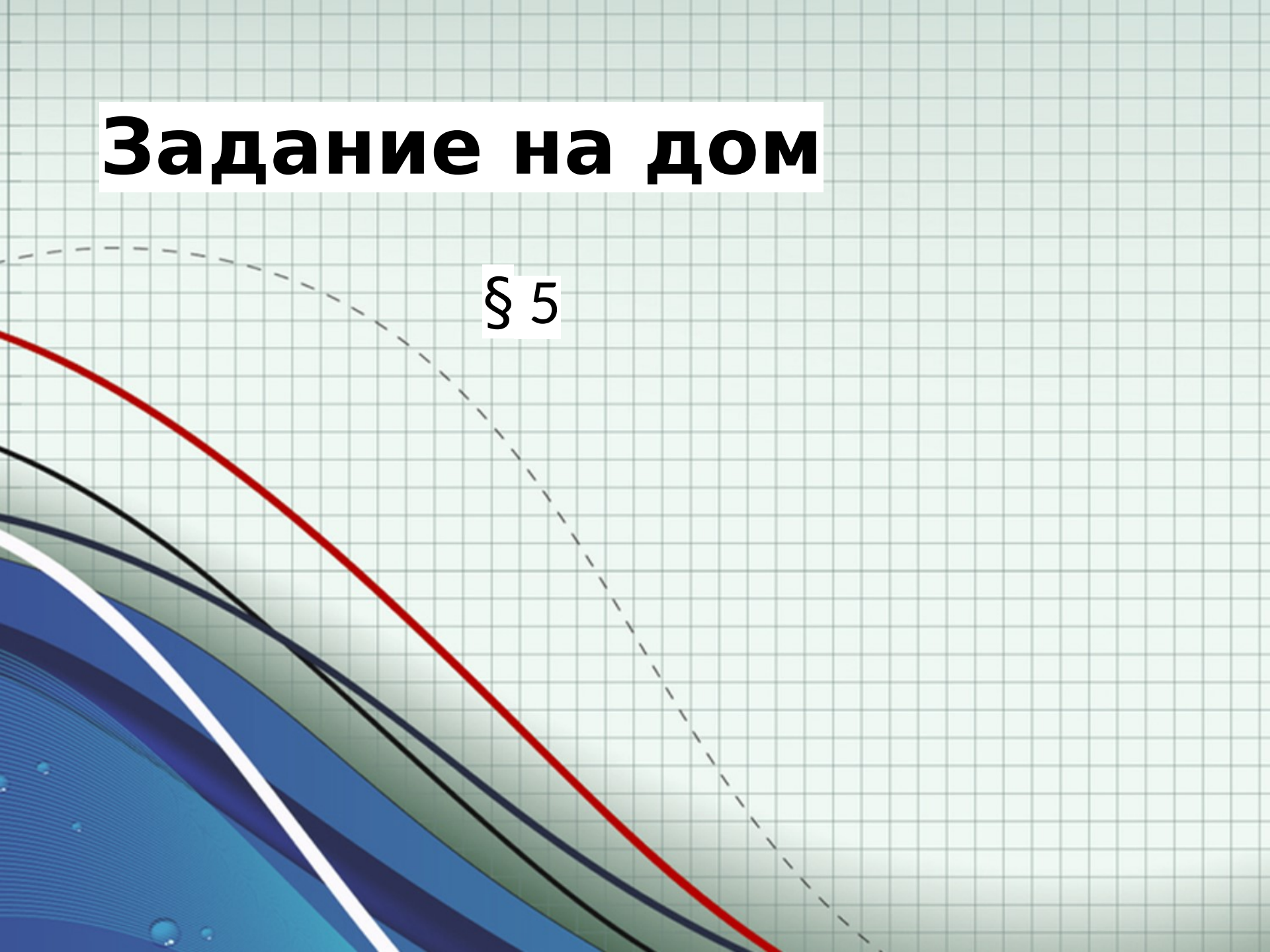
Представление числа $6,25_{10}$:

$$6,25_{10} = 110,01_2 = 0,11001 \cdot 2^{11}$$



Задание на дом

§ 5

The background features a light gray grid. In the bottom-left corner, there are several overlapping, curved, semi-transparent shapes in shades of blue and white, resembling water or a stylized landscape. A dashed gray line curves from the top-left towards the bottom-right, passing behind the text '§ 5'.